

គណៈកម្មាធិការប្រឡងថ្នាក់ជាតិ
ប្រឡងចូលរៀនសូត្របឋមវិញ្ញាបនបត្រ និងវិស័យសុខាភិបាលសម្រាប់ឆ្នាំសិក្សា ២០១៧-២០១៨
សម័យប្រឡង៖ ថ្ងៃទី ២១-២២ ខែតុលា ឆ្នាំ២០១៧
មណ្ឌលប្រឡង៖ សាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទភ្នំពេញ

វិញ្ញាសា៖ គណិតវិទ្យា

ចំនួនលំហាត់ : ១០

ចំនួនទំព័រ : ០១

ពិន្ទុសរុប៖ ១០០ពិន្ទុ

រយៈពេលប្រឡង៖ ១២០នាទី

1. គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$

គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$

ឃ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cdot \cos 2x}{x^2}$ ។

(១២ពិន្ទុ)

2. ស្រាយបញ្ជាក់ថា សមីការខាងក្រោមមានឫសយ៉ាងតិចមួយនៅចន្លោះដែលឱ្យ៖

ក. $\sin x = x - 1$, $(0, \pi)$

ខ. $20 \log_{10} x - x = 0$, $(1, 10)$ ។

(៨ពិន្ទុ)

3. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f(x)$ តាមវិធីពីរយ៉ាងគឺ តាមរូបមន្តដេរីវេនៃផលគុណ និងដេរីវេនៃស្វ័យគុណ រួចបង្ហាញថាវិធីទាំងពីរមានលទ្ធផលដូចគ្នា៖

ក. $f(x) = (3x+5)^2$

ខ. $f(x) = (7-4x)^2$ ។

(៦ពិន្ទុ)

4. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍៖

ក. $y = x^3 \sin 2x$

ខ. $y = 3x^3 - x \cos 3x$

(១២ពិន្ទុ)

ឃ. $f(x) = \frac{\sin^2 3x}{x^2}$

ង. $f(x) = \frac{\tan 2x}{x^2 - 1}$

គ. $y = -x \cos(4-3x^2)$

ច. $f(x) = \cos(\sin^2 3x)$ ។

(៩ពិន្ទុ)

5. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^{x-2}}{x^3}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{x+2}$

គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - e^{-x}}{x} \right)$ ។

(១៣ពិន្ទុ)

6. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក. $y = \sqrt{x^2 - 2\sqrt{x^2 - 1}} + \sqrt{x - 3 + 2\sqrt{x - 4}}$

ខ. $y = \lg \left(\frac{2^{1-x} - 2x + 1}{2^x - 1} \right)$ ។

(៨ពិន្ទុ)

7. រកព្រឹមីទីវ $F(x)$ នៃអនុគមន៍ f ដែលកំណត់ដោយ៖

ក. $f(x) = \sin x$ និង $F(0) = 3$

ខ. $f(x) = x - e^x$ និង $F(1) = 1 - e$

(១២ពិន្ទុ)

គ. $f(x) = \frac{x}{(x^2 - 4)^3}$ និង $F(5) = 3$

ឃ. $f(x) = \sin x \cos^3 x$ និង $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 16$ ។

8. គេឱ្យ $f(x) = e^x$ ។ បង្ហាញថា $\int_0^b \frac{f(x)}{f(x) + f(b-x)} dx = \frac{b}{2}$ ។

(១២ពិន្ទុ)

9. រកសមីការនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានអ័ក្សត្រូវជាអ័ក្សដេក ហើយក្រាបវាកាត់តាមចំណុច $A(-1, 1)$, $B(11, -2)$ និង $C(5, -1)$ ។

(១០ពិន្ទុ)

10. បង្ហាញថា បន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងអេលីប $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ត្រង់ចំណុច (x_0, y_0) មានសមីការ $\frac{x_0}{a^2}x + \frac{y_0}{b^2}y = 1$ ។ (១០ពិន្ទុ)

(Handwritten signatures and marks)

គណៈកម្មាធិការប្រឡងថ្នាក់ជាតិ

ប្រឡងចុះរៀនកម្រិតបណ្ឌិតក្នុងវិស័យសុខាភិបាលសម្រាប់ឆ្នាំសិក្សា ២០១៧-២០១៨

សម័យប្រឡង ថ្ងៃទី ២១-២២ ខែតុលា ឆ្នាំ២០១៧

មណ្ឌលប្រឡង សាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទភ្នំពេញ

អគ្គនាយកដ្ឋាន : គណៈកម្មាធិការ

ចំនួនសំណាង : ១០

ចំនួនទំព័រ : ០១

ពិន្ទុសរុប : ១០០ពិន្ទុ

រយៈពេលប្រឡង : ១២០នាទី

I. គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$

កាលណា $x = 0$ កន្សោមខាងលើមានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$

ដោយ $x \rightarrow 0 \Rightarrow x \neq 0$ កន្សោមខាងលើអាចសរសេរ

$$\begin{aligned} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} &= \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{x^3} \\ &= \frac{\sin x(1 - \cos x)}{x^3 \cos x} = \frac{\sin x(1 - \cos^2 x)}{x^3 \cos x(1 + \cos x)} \\ &= \left(\frac{\sin x}{x}\right)^3 \frac{1}{\cos x(1 + \cos x)} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\left(\frac{\sin x}{x}\right)^3 \frac{1}{\cos x(1 + \cos x)} \right] = 1^3 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \frac{1}{2}}$$

(៣ពិន្ទុ)

ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$

កាលណា $x = 0$ កន្សោមខាងលើមានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$

ដោយ $x \rightarrow 0 \Rightarrow x \neq 0$ កន្សោមខាងលើអាចសរសេរ

$$\frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x} = \frac{\sin x + (1 - \cos x)}{-\sin x + (1 - \cos x)} = \frac{\frac{\sin x}{x} + \frac{1 - \cos x}{x}}{\frac{-\sin x}{x} + \frac{1 - \cos x}{x}} \quad \text{ចែកភាគយកនិងភាគបែងដោយ } x \neq 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x} = -1}$$

(៣ពិន្ទុ)

$$B. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$$

កាលណា $x = 0$ កន្សោមខាងលើមានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$

ដោយ $x \rightarrow 0 \Rightarrow x \neq 0$ កន្សោមខាងលើអាចសម្រួល

$$\frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2} = \frac{(1 - \cos x) + (\cos x - \cos x \sqrt{\cos 2x})}{x^2}$$

$$= \frac{(1 - \cos^2 x)}{x^2(1 + \cos x)} + \frac{\cos x(1 - \cos 2x)}{x^2(1 + \sqrt{\cos 2x})}$$

$$= \frac{\sin^2 x}{x^2(1 + \cos x)} + \frac{\cos x \cdot 2 \sin^2 x}{x^2(1 + \sqrt{\cos 2x})}$$

$$= \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 \left[\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{2 \cos x}{1 + \sqrt{\cos 2x}} \right]$$

គុណភាគយកនិងភាគបែងនៃប្រភាគទី១ ដោយ $(1 + \cos x)$

និងគុណភាគយកនិងភាគបែងនៃប្រភាគទី២ដោយ $(1 + \sqrt{\cos 2x})$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 \left(\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{2 \cos x}{1 + \sqrt{\cos 2x}} \right) \right]$$

$$= 1^2 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{2} \right) = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2} = \frac{3}{2}}$$

(ពិន្ទុ)

$$B. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cdot \cos 2x}{x^2}$$

កាលណា $x = 0$ កន្សោមខាងលើមានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$

ដោយ $x \rightarrow 0 \Rightarrow x \neq 0$ កន្សោមខាងលើអាចសម្រួល

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cdot \cos 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) + (\cos x - \cos x \cdot \cos 2x)}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos^2 x)}{x^2(1 + \cos x)} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x(1 - \cos 2x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\sin^2 x}{x^2(1 + \cos x)} + \frac{\cos x \cdot 2 \sin^2 x}{x^2} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left[\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 \left(\frac{1}{1 + \cos x} + 2 \cos x \right) \right]$$

$$= 1^2 \cdot \left(\frac{1}{2} + 2 \right) = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cdot \cos 2x}{x^2} = \frac{5}{2}}$$

(ពិន្ទុ)

ក. $\sin x = x - 1, (0, \pi)$

ក. $\sin x = x - 1 \Leftrightarrow \sin x - x + 1 = 0$

តាង $f(x) = \sin x - x + 1$ ជាប់នៅលើ $(0, \pi)$

$f(0) = \sin 0 - 0 + 1 = 1 > 0$

$f(\pi) = \sin \pi - \pi + 1 = -2.14 < 0$

$\Rightarrow f(0) f(\pi) < 0$

$\Rightarrow f(\pi) < f(c) < f(0)$

$\Rightarrow c \in (0, \pi), f(c) = 0$

$\sin x = x - 1$ មានឫសមួយយ៉ាងតិចនៅចន្លោះ $(0; \pi)$

(៤ពិន្ទុ)

ខ. $20 \log_{10} x - x = 0, (1, 10)$

តាង $f(x) = 20 \log_{10} x - x$ ជាប់នៅលើ $(1; 10)$

$f(1) = 20 \log_{10} 1 - 1 = -1 < 0$

$f(10) = 20 \log_{10} 10 - 10 = 20 - 10 = 10 > 0$

$\Rightarrow f(1) f(10) < 0$

$\Rightarrow f(1) < f(c) < f(10)$

$\Rightarrow c \in (1, 10), f(c) = 0$

$20 \log_{10} x - x = 0$ មានឫសមួយយ៉ាងតិចនៅចន្លោះ $(1; 10)$

(៤ពិន្ទុ)

3. ក. $f(x) = (3x+5)^2$

ដេរីវេនៃផលគុណ $(uv)' = u'v + uv'$

$\Rightarrow f(x) = (3x+5)(3x+5) \Rightarrow f'(x) = (3x+5)'(3x+5) + (3x+5)(3x+5)'$

$= 3(3x+5) + 3(3x+5)$

$= 6(3x+5) \quad (1)$

ដេរីវេនៃស្វ័យគុណ $(u^n)' = nu'u^{n-1}$

$f(x) = (3x+5)^2 \Rightarrow f'(x) = 2(3x+5)'(3x+5)$

$= 2 \cdot 3(3x+5)$

$= 6(3x+5) \quad (2)$

តាម (1) និង (2) វិធីស្រាយទាំងពីរខាងលើ មានលទ្ធផលដូចគ្នា

(៥ពិន្ទុ)

ខ. $f(x) = (7-4x)^2$

ដេរីវេនៃផលគុណ $(uv)' = u'v + uv'$

$$\begin{aligned}
 f(x) &= (7-4x)(7+4x) \\
 \Rightarrow f'(x) &= (-4)(7-4x) + (7-4x)(-4) \\
 &= -8(7-4x) \quad (1)
 \end{aligned}$$

ដេរីវេនៃស្វ័យគុណ $(u^n)' = nu^n u^{n-1}$

$$\begin{aligned}
 f(x) &= (7-4x)^2 \\
 \Rightarrow f'(x) &= 2(7-4x)'(7-4x) \\
 &= 2(-4)(7-4x) \\
 &= -8(7-4x) \quad (2)
 \end{aligned}$$

តាម(1) និង (2) វិធីស្រាយទាំងពីរខាងលើ មានលទ្ធផលដូចគ្នា។

(3ពិន្ទុ)

4. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍៖

ក. $y = x^3 \sin 2x$

$$\begin{aligned}
 y &= x^3 \cdot \sin 2x \\
 \Rightarrow y' &= 3x^2 \cdot \sin 2x + x^3 \cdot 2 \cdot \cos 2x \\
 &= x^2(3 \sin 2x + 2x \cdot \cos 2x)
 \end{aligned}$$

(២ពិន្ទុ)

ខ. $y = 3x^2 - x \cos 3x$

$$\Rightarrow y' = 9x - \cos 3x + 3x \sin 3x$$

(២ពិន្ទុ)

គ. $y = -x \cos(4 - 3x^2)$

$$\begin{aligned}
 y &= -x \cdot \cos(4 - 3x^2) \\
 \Rightarrow y' &= -[\cos(4 - 3x^2) + 6x^2 \cdot \sin(4 - 3x^2)] \\
 &= -\cos(4 - 3x^2) - 6x^2 \cdot \sin(4 - 3x^2)
 \end{aligned}$$

(២ពិន្ទុ)

ឃ. $f(x) = \frac{\sin^2 3x}{x^3}$

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{\sin^2 3x}{x^3} \\
 \Rightarrow f'(x) &= \frac{2 \cdot 3x^2 \cos 3x \cdot \sin 3x - \sin^2 3x \cdot 2x}{x^4} \\
 &= \frac{6x^2 \sin 3x \cos 3x - 2x \sin^2 3x}{x^4}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{6x \sin 3x \cos 3x - 2 \sin^3 3x}{x^3}$$

(២ពិន្ទុ)

ឆ. $f(x) = \frac{\tan 2x}{x^2 - 1}$

$$f(x) = \frac{\tan 2x}{x^2 - 1}$$

$$f'(x) = \frac{(\tan 2x)'(x^2 - 1) - \tan 2x \cdot (x^2 - 1)'}{(x^2 - 1)^2}$$

$$= \frac{2(1 + \tan^2 2x)(x^2 - 1) - 2x \tan 2x}{(x^2 - 1)^2}$$

(២ពិន្ទុ)

ច. $f(x) = \cos(\sin^2 3x)$

$$f(x) = \cos(\sin^2 3x)$$

$$\Rightarrow f'(x) = -2.3 \cos 3x \cdot \sin 3x \cdot \sin(\sin^2 3x)$$

$$= -6 \sin 3x \cos 3x \cdot \sin(\sin^2 3x)$$

(២ពិន្ទុ)

5. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^{x-2}}{x^3}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^{x-2}}{x^3} = 3e^{-2} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3} = +\infty \quad \text{ព្រោះ: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3} = +\infty$$

(២ពិន្ទុ)

ខ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x+2}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1+4}{x-1}\right)^{x+2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{4}{x-1}\right)^{x+2} \quad (1)$$

(១ពិន្ទុ)

កង $\frac{1}{t} = \frac{4}{x-1}$

(១ពិន្ទុ)

$$\Rightarrow x-1 = 4t \Rightarrow x = 4t+1 \quad \text{ដែល } x \rightarrow +\infty \Rightarrow t \rightarrow +\infty$$

$$\text{គេបាន: } \left(1 + \frac{4}{x-1}\right)^{x+2} = \left(1 + \frac{1}{t}\right)^{4t+3}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{t}\right)^3 \left[\left(1 + \frac{1}{t}\right)^t\right]^4$$

(១ពិន្ទុ)

តាង (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x+2} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^3 \times \lim_{t \rightarrow +\infty} \left[\left(1 + \frac{1}{t}\right)^t\right]^4$
 $= (1+0)^3 (e^4) = e^4$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{x+2} = e^4 \quad (១ពិន្ទុ)$$

ក. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - e^{-x}}{x} \right)$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - e^{-x}}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \frac{1}{e^x}}{x} \quad (១ពិន្ទុ)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x)^2 - 1}{x e^x} \quad (១ពិន្ទុ)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + 1}{e^x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$$

$$= \left(\frac{2}{1} \right) (1) = 2 \quad \text{ព្រោះ: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x} = 2 \quad (១ពិន្ទុ)$$

6. កេរដេរកំណត់នៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក. $y = \sqrt{x^2 - 2\sqrt{x^2 - 1}} + \sqrt{x - 3 + 2\sqrt{x - 4}}$

$$y = \sqrt{x^2 - 1 - 2\sqrt{x^2 - 1} + 1} + \sqrt{x - 4 + 2\sqrt{x - 4} + 1} \quad (១ពិន្ទុ)$$

$$= \sqrt{(\sqrt{x^2 - 1})^2 - 2\sqrt{x^2 - 1} + 1} + \sqrt{(\sqrt{x - 4})^2 + 2\sqrt{x - 4} + 1}$$

$$y = \sqrt{(\sqrt{x^2 - 1} - 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x - 4} + 1)^2} \quad (១ពិន្ទុ)$$

អនុគមន៍ y មានន័យលុះត្រាតែ $\begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 & (1) \\ x - 4 \geq 0 & (2) \end{cases}$ (១ពិន្ទុ)

បើ $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$



ប្រព័ន្ធវិសមីការមានចម្លើយ $x \geq 4$

គេបានដែនកំណត់ $D = [4, +\infty)$ (១ពិន្ទុ)

ខ. $y = \lg \left(\frac{2^{1-x} - 2x + 1}{2^x - 1} \right)$

អនុគមន៍មានន័យលុះត្រាតែ $\begin{cases} \frac{2^{1-x} - 2x + 1}{2^x - 1} > 0 & (1) \\ 2^x - 1 \neq 0 & (2) \end{cases}$ (១ពិន្ទុ)

(2) $\Leftrightarrow 2^x \neq 1 \Rightarrow x \neq 0$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{2\left(\frac{1}{2}\right)^x - 2x + 1}{2^x - 1} > 0$$

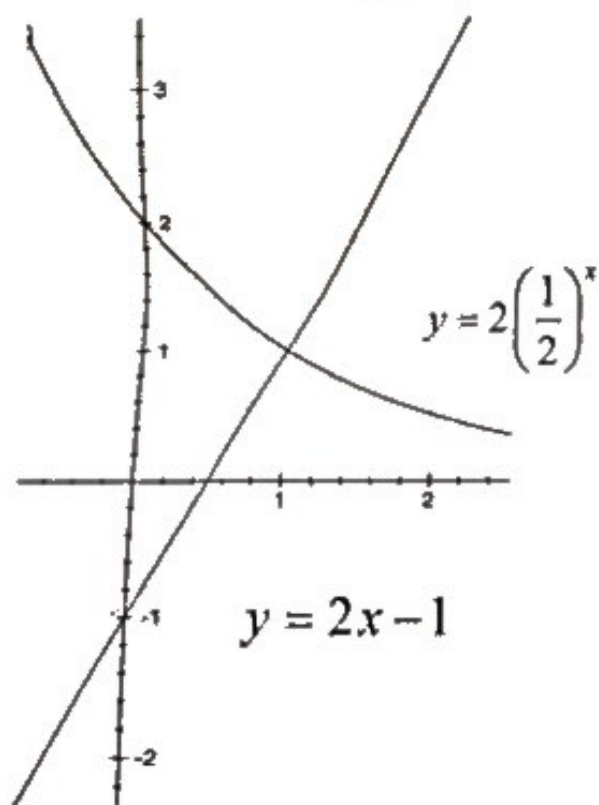
គេមានពីរករណី ៖

$$(\alpha) \begin{cases} 2\left(\frac{1}{2}\right)^x - 2x + 1 > 0 \\ 2^x - 1 > 0 \end{cases} \quad (១ពិន្ទុ)$$

$$(\beta) \begin{cases} 2\left(\frac{1}{2}\right)^x - 2x + 1 < 0 \\ 2^x - 1 < 0 \end{cases}$$

$$\text{ចំពោះ } (\alpha) \begin{cases} 2\left(\frac{1}{2}\right)^x - 2x + 1 > 0 \\ 2^x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\left(\frac{1}{2}\right)^x > 2x - 1 \\ 2^x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\left(\frac{1}{2}\right)^x > 2x - 1 \\ x > 0 \end{cases} \quad (១ពិន្ទុ)$$

គេប្រើក្រាបតាង $y = 2\left(\frac{1}{2}\right)^x$ និង $y = 2x - 1$



(១ពិន្ទុ)

តាមក្រាបគេបាន $x < 1$ តែ $x > 0$

ដូចនេះប្រព័ន្ធ (α) មានចម្លើយ $0 < x < 1$ ។

(១ពិន្ទុ)

$$\text{ចំពោះ } (\beta) \begin{cases} 2\left(\frac{1}{2}\right)^x - 2x + 1 < 0 \\ 2^x - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\left(\frac{1}{2}\right)^x < 2x - 1 \\ 2^x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\left(\frac{1}{2}\right)^x < 2x - 1 \\ x < 0 \end{cases} \quad (១ពិន្ទុ)$$

តាមក្រាបគេបាន (β) គ្មានចម្លើយទេ

ដូចនេះ អនុគមន៍មានដែនកំណត់ $D = (0, 1)$ ។

(១ពិន្ទុ)

រកអាំងតេក្រាល $F(x)$ នៃអនុគមន៍ f ដែលកំណត់ដោយ៖

ក. $f(x) = \sin x$ និង $F(0) = 3$

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \sin x dx$$

$$F(x) = -\cos x + c$$

(១ពិន្ទុ)

ដោយ $F(0) = -\cos 0 + c = 3 \Rightarrow c = 4$

$$F(x) = -\cos x + 4$$

(១ពិន្ទុ)

ខ. $f(x) = x - e^x$ និង $F(1) = 1 - e$

$$F(x) = \int (x - e^x) dx = \frac{1}{2}x^2 - e^x + c$$

(១ពិន្ទុ)

ដោយ $F(1) = \frac{1}{2} \times 1^2 - e + c = 1 - e \Rightarrow c = \frac{1}{2}$

$$F(x) = \frac{1}{2}x^2 - e^x + \frac{1}{2}$$

(១ពិន្ទុ)

គ. $f(x) = \frac{x}{(x^2 - 4)^2}$ និង $F(5) = 3$

$$F(x) = \int \frac{x}{(x^2 - 4)^2} dx$$

តាង $u = x^2 - 4 \Rightarrow du = 2x dx$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} du = x dx$$

$$F(x) = \frac{1}{2} \int \frac{du}{u^2}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{u^{-2}}{-2} \right) + c = -\frac{1}{4} (x^2 - 4)^{-2} + c$$

(១ពិន្ទុ)

$$F(x) = -\frac{1}{4(x^2 - 4)^2} + c$$

ដោយ $F(5) = -\frac{1}{4(5^2 - 4)^2} + c = 3$

$$-\frac{1}{1764} + c = 3$$

$$\Rightarrow c = 3 + \frac{1}{1764} = \frac{5293}{1764}$$

$$F(x) = -\frac{1}{4(x^2 - 4)^2} + \frac{5293}{1764}$$

(១ពិន្ទុ)

ឃ. $f(x) = \sin x \cos^3 x$ និង $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 16$

$$F(x) = \int \sin x \cos^3 x dx$$

$$= -\int (\cos x)' \cos^3 x dx$$

$$F(x) = -\frac{1}{4} \cos^4 x + c \quad (១ពិន្ទុ)$$

$$\text{ដោយ } F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{4} \left(\cos \frac{\pi}{4}\right)^4 + c = 16$$

$$-\frac{1}{4} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 + c = 16$$

$$\Rightarrow c = 16 + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{257}{16}$$

$$F(x) = -\frac{1}{4} \cos^4 x + \frac{257}{16} \quad (១ពិន្ទុ)$$

8. គេឱ្យ $f(x) = e^x$ ។ បង្ហាញថា $\int_0^b \frac{f(x)}{f(x)+f(b-x)} dx = \frac{b}{2}$ ។

$$f(x) = e^x \text{ គេបាន}$$

$$I = \int_0^b \frac{e^x}{e^x + e^{b-x}} dx \quad (១ពិន្ទុ)$$

$$\text{តាង } t = e^x \Rightarrow dt = e^x dx \quad (១ពិន្ទុ)$$

$$x=0 \Rightarrow t = e^0 = 1; \quad x=b \Rightarrow t = e^b \quad (២ពិន្ទុ)$$

$$\text{ដូច្នោះ: } I = \int_1^{e^b} \frac{dt}{t + \frac{e^b}{t}} = \int_1^{e^b} \frac{t dt}{t^2 + e^b} \quad (១ពិន្ទុ)$$

$$\text{តាង } u = t^2 + e^b, \quad du = 2t dt, \quad t=1 \Rightarrow u = 1 + e^b, \quad t=e^b \Rightarrow u = e^{2b} + e^b \quad (៣ពិន្ទុ)$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2} \int_{1+e^b}^{e^{2b}+e^b} \frac{du}{u} = \frac{1}{2} \ln u \Big|_{1+e^b}^{e^{2b}+e^b} = \frac{1}{2} [\ln e^b (e^b + 1) - \ln(1 + e^b)] \quad (២ពិន្ទុ)$$

$$= \frac{1}{2} [\ln e^b + \ln(1 + e^b) - \ln(1 + e^b)] \quad (១ពិន្ទុ)$$

$$= \frac{b}{2} \quad (១ពិន្ទុ)$$

9. រកសមីការនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានអ័ក្សឆ្លុះជាអ័ក្សដេក ហើយក្រាបវាកាត់តាមចំណុច $A(-1, 1)$, $B(11, -2)$ និង $C(5, -1)$ ។

កាលណាអ័ក្សឆ្លុះជាអ័ក្សដេក សមីការនៃប៉ារ៉ាបូលមានរាង (១ពិន្ទុ)

$$(y - k)^2 = 4p(x - h) \quad (១ពិន្ទុ)$$

$$\text{កាត់តាម } A(-1, 1) \Rightarrow (1 - k)^2 = 4p(-1 - h) \quad (1) \quad (១ពិន្ទុ)$$

កាត់តាម $E(11, -2) \Rightarrow (-2 - k)^2 = 4p(11 - h)$ (2) (១ពិន្ទុ)

កាត់តាម $C(5, -1) \Rightarrow (-1 - k)^2 = 4p(5 - h)$ (3) (១ពិន្ទុ)

$$\begin{aligned} (1)+(2) \\ (2)+(3) \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{cases} 16p - 2k = 1 \times (-1) \\ 24p - 2k = 3 \end{cases}$$

$$\underline{\hspace{10em}} \hspace{1em} 8p = 2$$
(២ពិន្ទុ)

$$p = \frac{1}{4} \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$
 (១ពិន្ទុ)

$$(3) \Rightarrow \left(-1 - \frac{3}{2}\right)^2 = (5 - h) \Rightarrow h = -\frac{5}{4}$$
 (១ពិន្ទុ)

ដូច្នេះ សមីការប៉ារ៉ាបូលគឺ

$$\left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{5}{4}\right) \cdot 1$$
 (១ពិន្ទុ)

10. បង្ហាញថា បន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងអេលីប $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ត្រង់ចំណុច (x_0, y_0) មានសមីការ $\frac{x_0}{a^2}x + \frac{y_0}{b^2}y = 1$ ។

សមីការអេលីប $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (1) (១ពិន្ទុ)

បន្ទាត់ដែលប៉ះនឹងអេលីបត្រង់ (x_0, y_0) កំណត់ដោយ (១ពិន្ទុ)

$y - y_0 = y'_0(x - x_0)$ (2) (១ពិន្ទុ)

ដេរីវេអង្គទាំងសង្ខេបនៃ (1) គេបាន

$$\frac{2x}{a^2} + \frac{2yy'}{b^2} = 0 \Rightarrow y' = \frac{-b^2x}{a^2y} \Rightarrow y'_0 = \frac{-b^2x_0}{a^2y_0}$$
 (១ពិន្ទុ)

ជំនួសតម្លៃ y'_0 ក្នុង (2) គេបាន

$$y - y_0 = \frac{b^2x_0(x - x_0)}{a^2y_0}$$
 (១ពិន្ទុ)

$$\Leftrightarrow (y - y_0)a^2y_0 = b^2x_0 - b^2x_0x$$
 (១ពិន្ទុ)

$$\Leftrightarrow a^2yy_0 - a^2y_0^2 = b^2x_0^2 - b^2x_0x$$
 (១ពិន្ទុ)

$$\Leftrightarrow a^2yy_0 + b^2x_0x = a^2y_0^2 + b^2x_0^2$$
 (១ពិន្ទុ)

ចែកអង្គទាំងសង្ខេបនឹង a^2b^2 គេបាន

$$\frac{yy_0}{b^2} + \frac{xx_0}{a^2} = \frac{y_0^2}{b^2} + \frac{x_0^2}{a^2}$$
 (១ពិន្ទុ)

ដោយ $\frac{y_0^2}{b^2} + \frac{x_0^2}{a^2} = 1$ នោះគេបាន $\frac{x_0}{a^2}x + \frac{y_0}{b^2}y = 1$ ។ (១ពិន្ទុ)



កូនអ្នកក្រ មិនបានរៀន កូនអ្នកមាន រៀនមិនបាន។